

Kübik Spline Regresyonların Süt Sığırcılığında Laktasyon Eğrilerinin Modellenmesinde Kullanımı*

Mustafa ŞAHİN**, Ercan EFE

Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Zootečni Bölümü, Kahramanmaraş

Geliş Tarihi (Received): 08.06.2010

Kabul Tarihi (Accepted): 13.07.2010

ÖZET: Bu çalışmada, süt sığırcılığında laktasyon eğrilerinin modellenmesinde kübik spline regresyonların uygulanabilirliğini göstermek için 2845 ineğe ait 7359 laktasyon kaydı kullanılmıştır. Kübik spline regresyonların uygulanabilirliği incelenirken aynı zamanda yaygın olarak kullanılan Wood modeli ile de karşılaştırılmıştır. Modellerle ait sonuçlar ile modellerin avantaj ve dezavantajları incelenmiş ve en iyi modelin seçiminde düzeltilmiş belirlenme katsayıları, hata kareler ortalaması ve Durbin Watson otokorelasyon değerleri dikkate alınmıştır. Kış, ilkbahar ve yaz mevsiminde kübik spline, sonbahar mevsiminde ise kısıtlandırılmış kübik spline regresyonun Wood modeline göre daha iyi sonuçlara sahip olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Kübik spline, regresyon, laktasyon eğrisi.

Use of Cubic Spline Regressions in Modeling Dairy Cattle Lactation Curves

ABSTRACT: In this study, 7359 lactation data set belong to 2845 Holstein cows was used to demonstrate the applicability of cubic spline regressions in modeling dairy cattle lactation curves. In examining the applicability of cubic spline regressions also compared with the widely used Wood model. The results of models were discussed with advantages and disadvantages, and the best fitting model was chosen according to adjusted coefficient of determination coefficient, mean squares error and Durbin Watson autocorrelation value. In winter, spring and summer seasons, cubic spline regressions and in only fall season, restricted cubic spline regressions have better results according to Wood model.

Key Words : Cubic spline, regression, lactation curve.

GİRİŞ

Süt sığırcılığı ıslah programlarında laktasyon eğrilerinin şekli ve ilgili parametreleri, seleksiyonda başarı için karar ve stratejilerin geliştirilmesinde yaygın olarak kullanılan bilgi kaynaklarıdır (Özyurt ve Özkan, 2009). Bu nedenle, günlük süt üretiminin zamana karşı grafiği olarak bilinen laktasyon eğrilerinin uygun ve doğru modellerle oluşturulması büyük önem taşır. Laktasyon eğrisinin genel şekli, buzağılamadan sonra doruğa ulaşınca kadar artış, daha sonra kuruya çıkıncaya kadar kademeli bir azalış görünümündedir.

Süt sığırcılığında laktasyon eğrilerinin modellenmesi yeni olmayıp geçmişi Brody ve ark. (1923) tarafından yapılan çalışmalara kadar uzanmaktadır. Bilgisayar teknolojisinde ve yazılımlardaki gelişmeler sayesinde Restricted Maximum Log Likelihood algoritması kullanılarak karmaşık ve çok sayıda parametre içeren laktasyon eğri modelleri ile laktasyon eğrileri tanımlanarak (Yazgan ve Koncagül, 2009) zaman içinde farklı modeller geliştirilmiş ve uygulama alanları bulmuştur. Bu modellerin laktasyon eğrisini tahmindeki etkinliği tutulan kayıtların yapısına bağlı olarak değiştiğinden bu tür çalışmalar günümüzde de

yapılmaya devam edilmektedir. Silvestre ve ark. (2006) tarafından yapılan çalışmada, zamana bağlı değişken içeren fonksiyonlarla yapılan tahminlere ait doğruluğun denetim günü aralıklarına duyarlı olduğu ve buzağılama-ilk kontrol günü arası süreden olumsuz etkilendiği gösterilmiştir. Bu nedenle kontrol günü aralıklarından daha az etkilenen modellerin kullanımı ön plana çıkmıştır. Kübik spline regresyonların uyum mükemmelliğinin yüksek oluşu ve daha esnek eğrilerin elde edilebilmesi laktasyon eğrilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılmasına neden olmuştur.

MATERYAL ve METOT

Materyal

Çalışmada, Ceylanpınar Tarım İşletmesinde Siyah Alaca sığırların 1989-2001 yılları arasında doğum yapan ilk 10 kontrol günü süt verimlerinden en az 5 ölçüm kaydı bulunan 2845 ineğe ait 7359 laktasyon kayıtları ile baba olarak en az 10 yavrusu bilinen 140 boğaya ait veri seti kullanılmıştır. İşletmede ayda bir defa kontrol sağımı yapılmıştır. Sağımlar sabah ve akşam olmak üzere günde iki defa gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaya ait veri seti aynı popülasyonda daha önce gerçekleştirilmiş olan bir başka tez çalışmasından (Açıkgöz, 2003) alınmıştır.

*Bu makale doktora tezinden özetlenmiş olup KSÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Yönetim Birimi Başkanlığı tarafından desteklenmiştir.

*Sorumlu yazar: Şahin M., ms66@ksu.edu.tr

Metot

Bu çalışmada, kübik spline regresyon modeli laktasyon eğrilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan ve güvenilir sonuçlar veren Wood modeli (Orhan ve Kaygısız, 2002; Keskin ve Tozluca, 2004) ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Modellerin karşılaştırılmasında düzeltilmiş belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları ve Durbin Watson otokorelasyon değerleri dikkate alınmıştır. Aynı zamanda modellerin hata kareler ortalamalarına ait ortalamalar, tek yönlü varyans analizi ile karşılaştırılmış ve Duncan çoklu karşılaştırma testi ile ortalama grupları oluşturulmuştur (Bek ve Efe, 1987; Efe ve ark. 2000). Modeller oluşturulurken buzağılama mevsimi (kış, ilkbahar, yaz ve sonbahar) ve 6 farklı yaş grubu (38, 39-50, 51-62, 63-74, 75-86 ve 87-111 ay) dikkate alınmıştır (Şahin, 2009).

Wood Modeli

Laktasyon eğrilerinin modellenmesinde yaygın olarak kullanılan ve güvenilir sonuçlar veren Wood eşitliği (1967),

$$Y_{(t)} = at^b e^{-ct}$$

şeklinde dir. Burada, $Y(t)$: laktasyonun t . günündeki süt verimini (kg), a : başlangıç süt verimini, b : en yüksek verime ulaşıncaya kadar olan eğimi, c : en yüksek verimden sonra olan eğimi, t : zamanı (gün), e : doğal logaritma tabanını ifade etmektedir.

Kübik Spline Regresyon

Herhangi bir uç şartı getirmeden, gerekli parametre sayısı β_0 hariç " $k+3$ " kadardır. Bu durumda iki boğumlu kübik spline regresyon fonksiyonu,

$$Y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 + \beta_4 (t-a)^3 + \beta_5 (t-b)^3$$

şeklinde yazılabilir ($t = t_1$, $t^2 = t_2$, ..., $(t-b)^3 = t_5$). Burada, β_0, \dots, β_5 : regresyon parametrelerini, $Y(t)$: t . zamandaki süt verimini (kg), t : zamanı (gün), a, b : düğüm (knot) noktalarını ifade etmektedir.

Kısıtlandırılmış Kübik Spline Regresyon

Kübik dağılımda kısıtlandırma, dağılımın her iki uç noktasına yakın (birinci düğümünden önce ve son düğümünden sonra) spline'ların noktasal dağılımı temsil etmede yetersiz kaldığı varsayımı üzerine dayandırılır (Stone ve Koo, 1985). Bu nedenle, kübik spline regresyonda her iki uç noktada fonksiyonların doğrusal olmasını sağlayacak, uç noktalarda fonksiyonlara ait ikinci dereceden türevlerin sıfır olması şartı getirilir (Efromovic, 1999; Petersdorff, 2001; George, 2003). Gerekli parametre sayısı, β_0 hariç " $k-1$ " kadardır.

Kısıtlandırılmış kübik spline regresyonda gerekli parametre tahminleri yapıldığında, " k " düğümlü (l_1, \dots, l_k) fonksiyon (Lee ve Brooks, 2006),

$$Y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_{k-1} t_{k-1}$$

şeklinde yazılabilir. Burada, ($t_1 = t$), t_2, \dots, t_{k-1} ise ($j = 1, \dots, k-2$),

$$t_{j+1} = (t-l_j)^3 - (t-l_{k-1})^3 \left[\frac{(l_k - l_j)}{(l_k - l_{k-1})} \right] + (t-l_k)^3 \left[\frac{(l_{k-1} - l_j)}{(l_k - l_{k-1})} \right]$$

eşitliği ile elde edilir ve $t > t_k$ ise t_j , t 'de doğrusaldır (Harrell, 2001). $j = 1, \dots, k-2$ ifadesinden anlaşılacağı gibi, toplam 4 düğüme sahip bir kısıtlandırılmış kübik spline regresyon için t_2 ve t_3 'ün hesaplanması yeterli olacaktır. Parametre tahminleri yapıldıktan sonra β_k ve β_{k+1} değerleri sırasıyla,

$$\beta_k = \frac{[\beta_2(l_1 - l_k) + \beta_3(l_2 - l_k) + \dots + \beta_{k-1}(l_{k-2} - l_k)]}{(l_k - l_{k-1})}$$

ve

$$\beta_{k+1} = \frac{[\beta_2(l_1 - l_{k-1}) + \beta_3(l_2 - l_{k-1}) + \dots + \beta_{k-1}(l_{k-2} - l_{k-1})]}{(l_k - l_{k-1})}$$

eşitlikleri ile hesaplanabilir. Bu durumda fonksiyon,

$$Y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 (t-l_1)^3 + \beta_3 (t-l_2)^3 + \dots + \beta_{k+1} (t-l_k)^3$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\beta_0, \dots, \beta_{k+1}$: regresyon parametrelerini, $Y(t)$: t . zamandaki süt verimini (kg), t : zamanı (gün), k : düğüm (knot) sayısını ifade etmektedir.

En iyi modelin tespit edilmesi için modellerin karşılaştırılmasında kullanılacak kriterler:

1. Düzeltilmiş belirleme katsayısı
2. Hata kareler ortalaması
3. Durbin-Watson otokorelasyon testi

1. Düzeltilmiş belirleme katsayısı (\bar{R}^2);

$$\bar{R}^2 = 1 - [(n-1)/(n-p)](1-R^2)$$

Eşitlikte, n : gözlem sayısı, p : modeldeki parametre sayısı, R^2 : belirleme katsayısıdır.

2. Hata kareler ortalaması (HKO);

$$HKO = HKT / (n-p)$$

Eşitlikte, HKT : hata kareler toplamı, n : gözlem sayısı, p : modeldeki parametre sayısıdır.

3. Durbin-Watson otokorelasyon testi (DW);

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

Eşitlikte, e_t : t zamandaki hata, e_{t-1} : t-1 zamandaki hatadır. Modellerin oluşturulmasında SAS paket programı kullanılmıştır (SAS, 1999).

BULGULAR

Wood modeli, kübik spline ve kısıtlandırılmış kübik spline regresyon modellerine ait, her bir yaş grubu ve mevsim için düzeltilmiş belirleme katsayıları (\bar{R}^2), hata kareler ortalamaları (HKO), katsayıları Durbin-Watson test istatistiği (DW) ve cetvel değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Dört mevsimde her bir yaş grubuna ait \bar{R}^2 , HKO, DW değerleri ile tek yönlü varyans analizi ve Duncan çoklu karşılaştırma testi sonuçları.

Mevsim	Model	Yaş grupları (Ay)						$\bar{X} \pm S_{\bar{X}}$ (Duncan)			
		38	39-50	51-62	63-74	75-86	87-111				
Kış	1	\bar{R}^2	.939	.967	.970	.962	.968	.948	$.647 \pm .058^a$		
		HKO	.6215	.5727	.5821	.7694	.4761	.8646			
		DW	1.589	1.342	1.253	1.637	1.556	1.242			
	2	\bar{R}^2	.995	.998	.998	.995	.998	.996		$.046 \pm .011^b$	
		HKO	.0425	.0222	.0359	.0921	.0197	.0650			
		DW	2.459	2.586	2.604	2.602	2.395	2.438			
	3	\bar{R}^2	.994	.999	.998	.996	.996	.990			$.063 \pm .020^b$
		HKO	.0560	.0170	.0284	.0663	.0541	.1609			
		DW	2.459	2.406	2.215	2.657	2.199	1.685			
İlkbahar	1	\bar{R}^2	.984	.982	.981	.980	.984	.988	$.400 \pm .158^a$		
		HKO	.2110	.4809	.4917	.5488	.3682	.3034			
		DW	1.716	1.653	1.150	1.686	1.840	1.845			
	2	\bar{R}^2	.997	.998	.998	.997	.998	.994		$.062 \pm .012^b$	
		HKO	.0377	.0376	.0268	.0883	.0296	.1544			
		DW	2.120	2.445	2.161	2.122	2.272	2.562			
	3	\bar{R}^2	.994	.997	.999	.997	.993	.995			$.083 \pm .105^b$
		HKO	.0780	.0632	.0243	.0597	.1500	.1232			
		DW	1.376	2.302	2.132	2.062	1.660	2.098			
Yaz	1	\bar{R}^2	.973	.992	.995	.989	.889	.988	$.228 \pm .033^a$		
		HKO	.3148	.1639	.1026	.2203	.2856	.2866			
		DW	1.884	2.306	2.214	2.008	1.736	1.960			
	2	\bar{R}^2	.996	.996	.997	.998	.999	.997		$.050 \pm .003^b$	
		HKO	.0398	.0789	.0686	.0264	.0171	.0700			
		DW	2.158	2.654	2.145	2.335	2.633	2.241			
	3	\bar{R}^2	.988	.997	.997	.997	.997	.997			$.070 \pm .025^b$
		HKO	.1375	.0689	.0639	.0441	.0536	.0578			
		DW	1.768	2.790	2.050	2.243	1.426	2.588			
Sonbahar	1	\bar{R}^2	.916	.935	.946	.971	.897	.945	$.965 \pm .281^a$		
		HKO	.6489	1.183	.8504	.5171	1.750	.8436			
		DW	1.724	1.184	1.573	1.538	1.281	1.220			
	2	\bar{R}^2	.998	.998	.999	.999	.999	.999		$.012 \pm .035^b$	
		HKO	.0078	.0268	.0123	.0147	.0113	.0010			
		DW	3.341	3.351	3.02	3.112	3.059	3.374			
	3	\bar{R}^2	.972	.992	.991	.993	.998	.992			$.121 \pm .033^b$
		HKO	.2120	.1310	.1389	.1193	.0170	.1093			
		DW	1.594	2.393	1.663	1.988	2.310	2.463			

$\bar{X} \pm S_{\bar{X}}$, Sig. (significance); Farklılığın önem düzeyi.

1. $Y_{(t)} = at^b e^{-ct}$, 2. Kübik spline regresyon, 3. Kısıtlandırılmış kübik spline regresyon.

Durbin Watson ($\alpha = 0.01$) sınır değerleri; $dw_L = 0.604$ $dw_U = 1.001$ $4 - dw_U = 2.999$ $4 - dw_L = 3.396$

Tablo 1 incelendiğinde, tüm yaş gruplarında, mevsimler dikkate alınarak oluşturulan modellere ait düzeltilmiş belirleme katsayısının (\bar{R}^2), kübik spline ve kısıtlandırılmış kübik spline regresyon'da birinci modele göre daha yüksek, hata kareler ortalaması açısından ise birinci modele göre daha düşük değerlere sahip olmuştur. Hata kareler ortalamasında

görsel anlamdaki bu farklılığın istatistiksel olarak da önemli olup olmadığı tek yönlü varyans analizi ile, yaş faktörü dikkate alınmadan, test edildiğinde modeller arasında farklılığın çok önemli olduğu ($P < 0.01$) ve Duncan çoklu karşılaştırma sonuçlarına bakıldığında ise istatistiksel olarak da Wood modelinin daha yüksek hata kareler ortalamalarına sahip olduğu görülmektedir.

Tablo 2. Üç farklı model için her bir yaş grubu içinde HKO değerlerine ait varyans analizi ve Duncan çoklu karşılaştırma test sonuçları.

Model	Yaş grupları					
	38	39-50	51-62	63-74	75-86	87-111
1	.4490 ± .109 ^a	.600 ± .213 ^a	.506 ± .154 ^a	.513 ± .112 ^a	.719 ± .345 ^a	.574 ± .161 ^a
2	.0319 ± .008 ^b	.041 ± .012 ^b	.035 ± .011 ^b	.055 ± .020 ^b	.019 ± .003 ^b	.072 ± .031 ^b
3	.1209 ± .034 ^b	.070 ± .023 ^b	.063 ± .026 ^b	.072 ± .016 ^b	.068 ± .028 ^b	.112 ± .021 ^b
Sig.	.004	.018	.009	.001	.063	.009

$\bar{X} \pm S_{\bar{X}}$, Sig. (significance); Farklılığın önem düzeyi.

1. $Y_{(t)} = at^b e^{-ct}$, 2. Kübik spline regresyon, 3. Kısıtlandırılmış kübik spline regresyon.

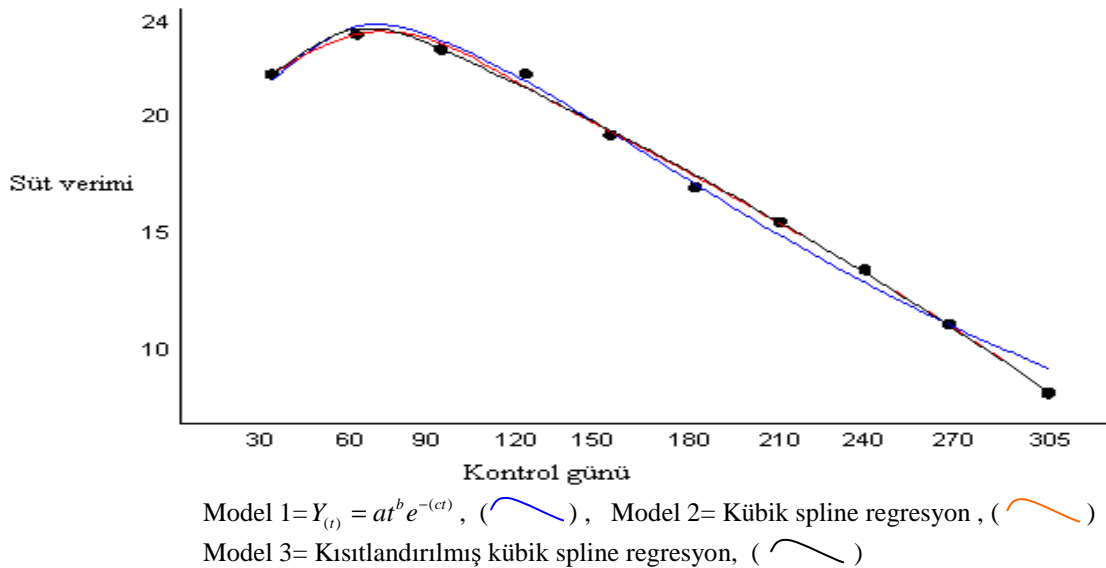
Benzer şekilde yaş gruplarına ait hata kareler ortalamaları tek yönlü varyans analizi ile mevsim faktörü dikkate alınmadan, test edildiğinde ise beşinci yaş grubunda $\alpha = 0.10$ ve diğer yaş gruplarında ise $\alpha = 0.05$ önem düzeyinde ortalamalar arasındaki fark önemli bulunmuş, Wood modeli ile kübik spline regresyonlar farklı gruplara düşmüştür. Mevsim ve yaş grupları dikkate alınmadan tüm veri setinde üç farklı model için hata kareler ortalamalarına tek yönlü varyans analizi uygulandığında elde edilen sonuçlar ve ortalama grupları Tablo 3'de verilmiştir. Tablo 3 incelendiğinde, üç farklı model için hata kareler ortalamalarına ait tek yönlü varyans analizi ve Duncan sonuçları Tablo 1 ve Tablo 2'deki sonuçlarla benzer olduğu görülmektedir.

Yine spline regresyonlar en düşük ortalama grubunda yer almıştır.

Tablo 3. HKO değerlerine ait varyans analizi ve Duncan çoklu karşılaştırma test sonuçları.

Model	Tüm veri seti için
1	.560 ± .0740 ^a
2	.042 ± .0773 ^b
3	.084 ± .0104 ^b
Sig.	.000

Üç farklı modelle elde edilen laktasyon eğrileri (İlkbahar mevsimi, 87-111 ay yaş grubu) Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. İlkbahar mevsimi ve 87-111 ay yaş grubuna ait noktasal dağılım ve oluşturulan eğriler.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Düzeltilmiş belirleme katsayıları için değişim aralığı, Wood modelinde 0.889-0.995, kübik spline regresyonda 0.994-0.999, ve kısıtlandırılmış kübik spline regresyonda ise 0.972-0.999 olarak belirlenmiştir. Bu çalışmada farklı modeller için elde edilen belirleme katsayıları Orman ve Ertuğrul (2000), Yılmaz ve Kaygısız (2000) bildirdikleri değerlerden yüksek, Akbulut ve Emsen (1994), Vargas ve ark. (2000), Lopez-Villalobos ve ark. (2001) ve Keskin ve Tozluca (2004), bildirdikleri değerler ile benzer nitelikte olduğu görülmektedir.

Kış, ilkbahar ve yaz mevsimlerinde (Tablo 1) kübik spline regresyonların, Wood modelinden (her bir yaş grubunda) daha yüksek değerlerde düzeltilmiş belirleme katsayılarına, daha düşük hata kareler ortalamalarına sahip olduğu ve her üç modelde de otokorelasyon problemi olmadığı görülmektedir ($dw_u=1.001 < DW < 4 - dw_u=2.999$). Sonbahar mevsiminde ise düzeltilmiş belirleme katsayısı ve hata kareler ortalamaları bakımından kübik spline regresyonlar, Wood modelinden daha iyi sonuçlara sahip iken kübik spline regresyona ait Durbin-Watson değerlerinin ($\alpha = 0.01$), kararsız bölgeye düşmesi, sonbahar mevsiminde kısıtlandırılmış kübik spline regresyonu ön plana çıkarmaktadır ($4 - dw_u=2.999 < DW < 4 - dw_L=3.396$).

Düzeltilmiş belirleme katsayıları, hata kareler ortalamaları, Durbin-Watson değerleri ve hata kareler ortalamasının ortalamalarına ait çoklu karşılaştırma (Duncan) sonuçları dikkate alındığında, kış, ilkbahar ve yaz mevsimlerinde en iyi sonuçlara sahip modelin "kübik spline regresyon", sonbahar mevsiminde ise "kısıtlandırılmış kübik spline regresyon" olduğu söylenebilir.

Laktasyon eğrilerinin modellenmesinde kullanılan farklı modeller (Wood, Wilmlink, Polinomial, Ali ve Schaffer) ile kübik spline regresyon modellerinin, karşılaştırmalı olarak incelendiği çalışmalardan (Druet ve ark. 2003, Silvestre ve ark. 2006) elde edilen bulgular, bu çalışmanın sonuçlarını destekler niteliktedir. Bu çalışmada elde edilen bulgular Siyah Alaca süt sığırlarına ait laktasyon eğrilerinin modellenmesinde spline regresyonların yeterliliği ile ilgili çalışmalardan (White ve ark.,1999) elde edilen sonuçlar ile uyum içindedir.

Sonuç olarak buzağılama yaşı ve mevsimi dikkate alınarak, modellerin laktasyon eğrilerine uyumları incelenmiş, tüm yaş grupları ve farklı mevsimlerde kübik spline regresyonların daha iyi uyum gösterdiği tespit edilmiştir.

TEŞEKKÜR

Yazarlar, araştırma ile ilgili verilerin kullanımına izin veren Ali AÇIKGÖZ'e teşekkürü bir borç bilirler.

KAYNAKLAR

- Açıköz, A. 2003. Ceylanpınar Tarım İşletmesinde Yetiştirilen Siyah Alaca Sığırlarda Süt Verimini Ergin Çağa ve 305 Güne Göre Düzeltme Katsayılarının Tespit Edilmesi KSÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Zootečni Anabilim Dalı Yüksek Lisans Tezi, 70 s.
- Akbulut, Ö., Emsen, H. 1994. Esmer, Esmer Melezi ve Siyah Alaca Sığırların Erzurum Sartlarında Laktasyon Eğrisi Parametreleri ve Süt Veriminin Devamlılık Derecesi. Atatürk Üniversitesi. Ziraat Fakültesi Dergisi. 25 (3):327-343.
- Bek, Y., Efe, E. 1987. Araştırma ve Deneme Metodları I. Ç.Ü. Ziraat Fakültesi, Yay.No: 71, 395s.
- Brody, S., Ragsdale, A.C., Turner, C.V. 1923. The Rate of Decline of Milk Secretion with The Advance of The Periodof Lactation. J. Gen. Physiol.5:441-444.
- Druet, T., Jaffrezic, D.B., Ducroco, V. 2003. Modeling Lactation Curves and Estimation of Genetic Parameters for First Lactation Test-Day Records of French Holstein Cows. J. Dairy Sci., 86, 2480-2490.
- Efe, E., Bek, Y., Şahin, M. 2000. SPSS'te Çözümleri ile İstatistik Yöntemler II. Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Rektörlüğü Yayın No: 73, Ders Kitapları Yayın No: 9, K.S.Ü. Basımevi, 220s.
- Efromovic, S., 1999. Nonparametric Curve Estimation: Methods, Theory and Applications (Springer Series in Statistics) (Hardcover). Springer, England, 411s.
- George, M., 2003. Interpolation and Approximation by Polynomials. Springer, England, 328s.
- Harrell, F.E. 2001. Regression Modeling Stragies -With Applications to Linear Models, Logistic Regression, and Survival Analysis. Springer, USA, 568s.
- Keskin, İ. ve Tozluca, A. 2004. Süt Sığırlarında Laktasyon Eğrilerinin Farklı Matematik Modellerle Belirlenmesi ve Kontrol Aralığının Tespiti. S.Ü. Ziraat Fakültesi Dergisi 18(34): 11-19.
- Lee, B.E., Brooks, D.M. 2006. Regression Modeling Strategies for Microarchitectural Performance and Power Prediction. ftp://ftp.deas.harvard.edu/techreports/tr-08-06.pdf (01.06.2010).
- Lopez-Villalobos, N., Lemus-Ramirez, V., Holmes, C. V., Garrick, D. J. 2001. Lactation Curves for Milk Traits. Live Weight and Body Condition Score for Heavy and Light Holstein-Friesian Cows. Proceedings of the New Zealand Society of Animal Production. 61:217-220.
- Orhan, H., Kaygısız, A. 2002. Siyah Alaca Sığırlarda Farklı Laktasyon Eğrisi Modellerinin Karşılaştırılması. Hayvansal Üretim, 43(1), 94-99.
- Orman, M.N., Ertuğrul, O. 1999. Holstain İneklerin Süt Verimlerinde Üç Farklı Laktasyon Modelinin İncelenmesi. Tr. J. of Veterinary and Animal Sciences, 23 , 605-614.
- Özyurt, A., Özkan, M. 2009. Orta Anadolu'da Yetiştirilen Siyah- Alaca Sığırlarda Laktasyon Eğri Şekli ve Eğriye Etkili Olan Faktörler. Hayvansal Üretim 50(1): 31-37.

- Petersdorff, T.V. 2001. Interpolation with Polynomials and Splines. <http://www.wam.umd.edu/~petersd/interp.html> (01.06.2010).
- SAS, 1999. The Expand Procedure. <http://www2.stat.unibo.it/ManualiSas/ets/chap11.pdf> (01.06.2010).
- Silvestre, A. M., Petim-Batista, T., Colaço, J. 2006. The Accuracy of Seven Mathematical Functions in Modeling Dairy Cattle Lactation Curves Based on Test-Day Records From Varying Sample Schemes. *J. Dairy Sci.*, 89, 1813-1821.
- Stone, C.K., Koo, C.Y. 1985. Additive splines in statistics. In *Proceedings of the Statistical Computing Section, American Statistical Association*, 45-48S.
- Şahin, M. 2009. Parçalı Regresyonlar ve Tarımsal Alanlarda Kullanımı. KSÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zootekni Anabilim Dalı, Doktora Tezi, 130s.
- Vargas, B., Koops, W. J. , Herrero, M., Van Arendonk, J.A.M. 2000. Modeling Extended Lactations of Dairy Cows. *Journal of Dairy Science*, 83 (6), 1371-1380.
- White, I.M.S., Thompson, R., Brotherstone, S., 1999. Genetic and Environmental Smoothing of Lactation Curves with Cubic Splines. *Journal of Dairy Science* , 82(3), 632-638.
- Wood, P.D.P. 1967. Algebraic models of the lactation curves for milk, fat and protein production with estimates of seasonal variation. *Anim. Prod.* 22:35.
- Yazgan, K, Koncagül, S. 2009. Laktasyon Eğrilerinin Tanımlanmasında Doğrusal Ve Kübik Spline ile Legendre Polinomial Fonksiyonlarının Kullanımı. 6. Ulusal Zootekni Bilim Kongresi, 24-26 Haziran, Erzurum.
- Yılmaz, I., Kaygısız, A. 2000. Siyah Alaca Sığırların Laktasyon Eğrisi Özellikleri. *Tarım Bilimleri Dergisi.* 6 (4). 1-10.